

**АНАЛІЗ ПРУЖНИХ ХВИЛЕУТВОРЕНЬ У КАНАТАХ  
ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ КРАНІВ**

<sup>1</sup>**Човнюк Ю.В.**, к.т.н., професор,  
uchovnyuk@ukr.net, ORCID: 0000-0002-0608-0203

<sup>1</sup>**Приймаченко О.В.**, к.т.н., доцент,  
prymachenko.ov@knuba.edu.ua, ORCID: 0000-0001-5125-8472

<sup>1</sup>**Чередніченко П.П.**, доцент,  
petro\_che@ukr.net, ORCID: 0000-0001-7161-661X

<sup>1</sup>**Остапущенко О.П.**, к.т.н., доцент,  
olga\_ost\_17@ukr.net, ORCID: 0000-0001-8114-349X

<sup>1</sup>**Кравченко І.М.**,  
kim-ua@bigmir.net, ORCID: 0000-0001-7077-1546

<sup>1</sup>*Київський національний університет будівництва і архітектури*  
Повітрофлотський пр., 31, м. Київ, 03037, Україна

**Анотація.** У статті розглянута крайова задача про рух пружних поздовжніх хвиль у канатах змінної довжини для вантажопідйомних механізмів кранів та для шахтних підйомних механізмів. Знайдені розв'язки задачі Коші, які описують розповсюдження поздовжніх коливань у канатах (гнучких підвісах) як у областях з рухомими границями. Досліджені динамічні поля переміщень та напружень у сталевих канатах змінної довжини, які використовуються у вказаних вантажопідйомних механізмах. Зазвичай канати є врівноваженими, й головний канат переносить зосереджене напруження, котре до початку руху системи знаходилось на нижньому кінці головного канату. Оцінка динамічних зусиль у ідеально пружних сталевих канатах змінної довжини показує, що тільки при підйомі канатів без кінцевих вантажів за неінтегрованих граничних умов, зусилля у них не зростають. Однак практичний досвід свідчить про те, що при помірних швидкостях підйому це явище не спостерігається у зв'язку з тим, що поряд зі зростанням амплітуд динамічних зусиль внаслідок зменшення довжини відбувається одночасне зменшення амплітуд їх коливань. Об'єкт дослідження відноситься до широкого кола коливних одновимірних об'єктів змінної довжини. Для опису коливань та хвилеутворень використана класична математична модель. При вивченні хвильових полів у областях з рухомими границями встановлені закономірності відбиття імпульсів від таких границь. Розглянуті хвилеутворення пружного типу у стрижнях змінної довжини (моделях канатів) з урахуванням тієї обставини, що вказані стрижні мають круговий поперечний переріз змінної (по довжині каната/стрижня) площі (тобто стрижні циліндричні, у вигляді параболоїда обертання, конусні стрижні). Застосований підхід, заснований на можливості побудови розв'язків хвильового рівняння з хвиль, відбитих від нерухомих й рухомих заданим чином границь напівнескінченної області.

**Ключові слова:** стрижні, змінна довжина, моделі, динамічний аналіз, пружні хвилеутворення, канати, вантажопідйомні механізми.

**Вступ.** Динамічний аналіз функціонування гнучких підвісів (канатів) вантажопідйомних механізмів кранів та шахтних підйомних установок вимагає вивчення хвильових полів у областях з рухомими границями та закономірностей відбиття імпульсів від таких границь (особливо у процесах підйому/спуску вантажів). Відомі такі режими ударного навантаження канатів, при яких у стрижні (модель канату) виникає зона пластичних деформацій, яка невпинно розширюється. У першому наближенні розповсюдження хвиль пружної частини стрижня можна розглядати, вважаючи, що навантаження прикладене до рухомої з певною швидкістю границі розділення пружної і пластичної зон, не приймаючи до уваги процеси у

пластичній зоні. Схожі за постановкою задачі для області з рухомою границею вивчаються у теорії теплопровідності (задача Стефана), однак пряме використання методів, розроблених для рівнянь параболічного типу, у хвильових задачах є некоректним, оскільки у останніх наявна друга похідна по часу. На нашу думку, тут може бути застосований підхід, який заснований на можливості побудови розв'язків хвильового рівняння з хвиль/хвилеутворень, відбитих від нерухомих й рухомих заданим чином границь напівнескінченної області.

**Аналіз публікацій по темі дослідження.** Питання про визначення зусиль у підйомних канатах, про постановку методів розв'язку тісно пов'язане з задачею про поздовжні коливання пружних стрижнів й сталевих канатів. У роботах [1, 2] обмежились шахтними канатами постійної довжини й постійного поперечного перерізу. У статті [3] розглянуті різноманітні спеціальні умови: миттєве навантаження нижнього кінця канату, миттєва зупинка верхнього кінця канату. Зазначимо, що у трьох випадках, вказаних вище, вповдовж каната буде спостерігатись розривність неперервності. Розглянуті канати постійного перерізу, але змінної довжини при врахуванні маси й ваги канату при великих висотах підйому [4]. Задля оптимізації математичної моделі динамічних процесів у головних канатах шахтних підйомних механізмів авторка [5] використала модифікований метод продовження, який враховує відбиття поздовжніх хвиль від рухомого кінця й появу залишкових коливань.

Об'єктом даного дослідження є канати/гнучкі підвіси вантажопідйомних механізмів кранів та шахтних підйомних механізмів, котрі відносяться до широкого кола коливних одновимірних об'єктів змінної довжини [6-21]. Для опису коливань використовується доволі часто класична математична модель [7, 21]. При розв'язуванні відповідної задачі Коші використовувався метод Канторовича-Гальоркіна [10, 12]. На відміну від асимптотичних методів [7, 21] у роботі [22] розв'язок має модову структуру, що дозволяє аналізувати резонансні властивості канатів.

У даному дослідженні використаний підхід роботи [23], заснований на можливості побудови розв'язків хвильового рівняння для аналізу пружних хвиль у канатах змінної довжини зі змінною площею поперечного перерізу в межах моделі пружного стрижня. При цьому вказані розв'язки є суперпозицією розв'язків хвильового рівняння для хвиль, відбитих від нерухомих та рухомих заданим чином границь напівнескінченної області.

**Мета роботи** полягає у обґрунтуванні методу динамічного аналізу пружних хвиль у канатах вантажопідйомних механізмів кранів (та шахтних підйомних механізмів) в процесах підйому/опускання вантажів за умови, що вказані канати розглядаються в межах моделі пружного стрижня. При цьому враховані дві обставини: 1) стрижні (канати) мають змінну довжину; 2) стрижні мають круговий поперечний переріз змінної площі (у напрямку осі стрижня  $Ox$  площа поперечного перерізу канату/стрижня  $S$  є функцією координати  $x$ , тобто  $S = S(x)$ ).

**Методика дослідження.** У роботі використані методи математичної фізики, методи розв'язку диференціальних рівнянь у частинних похідних, методи розв'язку інтегральних рівнянь Абеля та Вольтерра 2-го роду.

**Виклад основного змісту дослідження.** Розглянемо стрижень з круговим поперечним

перерізом змінної площі  $S(x) = S_0 \cdot \left(\frac{x}{x_0}\right)^m$ , де  $S_0$  – площа перерізу. При  $m = 0$  маємо

циліндричний стрижень,  $m = 1$  й  $m = 2$  – стрижні у вигляді параболоїду обертаня й конуса. Рівняння поздовжніх коливань для таких стрижнів можна отримати у вигляді [23]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{m}{x} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad m = 0, 1, 2, \quad (1)$$

де  $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ ,  $c$  – швидкість розповсюдження у стрижні поздовжніх хвиль,  $E$  – модуль пружності матеріалу стрижня,  $\rho$  – його щільність.

Шукаємо розв'язок рівняння (1) у області  $V_0 t < x < \infty$  за початкових та граничних умов:

$$u|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad 0 < x < \infty; \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}|_{x=V_0 t} = f(t), \quad 0 < t < \infty, \quad (3)$$

де  $V_0 = const$  – швидкість руху торця ( $0 < v_0 < c$ );  $f(t) = -\frac{\sigma(t)}{E}$ ,  $\sigma(t)$  – прикладений на торці тиск (рис. 1).

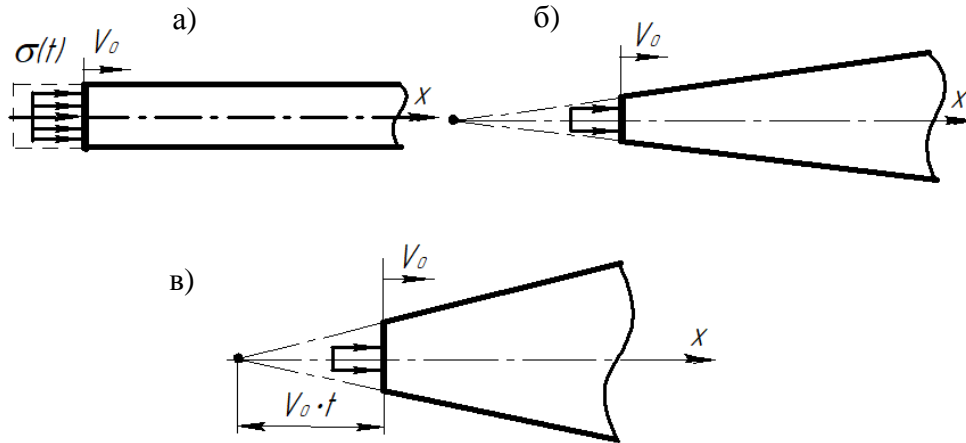


Рис. 1. Навантаження циліндричного (а), параболічного (б) й конічного (в) стрижнів на рухомому торці

При  $m=0$  чи, як випливає з розгляду у [23], рівнянню та початковим умовам задовольняють відповідно вирази:

$$\begin{aligned} \psi_1(ct-x) \cdot H(ct-x), \quad m=0; \\ x^{-1} \psi_2(ct-x) \cdot H(ct-x), \quad m=2 \end{aligned} \quad (4)$$

де  $\psi_{1,2}$  – довільні функції свого аргументу –  $(ct-x)$ ,  $H(ct-x)$  – функція Хевісайда того ж аргументу. Використовуючи граничну умову (2), приходимо до звичайних диференціальних рівнянь відносно  $\psi_{1,2}$ , після розв'язку котрих маємо:

$$\begin{aligned} u = -(c-V_0) \cdot \int_0^\theta f(\tau) d\tau, \quad m=0; \\ u = -V_0 \cdot (c-V_0) x^{-1} \cdot \theta^{1-\frac{1}{q}} \cdot \int_0^\theta f(\tau) \cdot \tau^{\frac{1}{q}} d\tau, \quad m=2, \end{aligned} \quad (5)$$

де  $q = \frac{V_0}{c} < 1$ ,  $\theta = \frac{ct-x}{c-V_0}$ ; тут і далі інтеграли дорівнюють нулю, коли верхня межа менше нижньої.

Розв'язок задачі відбиття імпульсів, що надходять з нескінченності,  $F(ct+x)$ , ( $m=0$ ) й  $x^{-1} \cdot F(ct+x)$ , ( $m=2$ ) від рухомої вільної границі, на котрій  $\sigma=0$ , тобто  $\frac{\partial u}{\partial x}=0$  (ця умова наближено реалізується на рухомому торці), із

застосуванням формул (5) приймає наступний вид:

$$u = F(ct + x) + \frac{(1-q)}{(1+q)} \cdot F\{(c + V_0) \cdot \theta\}, \quad m = 0, \quad (6)$$

$$u = x^{-1} \cdot \left[ F(ct + x) + \frac{(1-q)}{(1+q)} \cdot F\{(c + V_0) \cdot \theta\} - \right. \\ \left. - \frac{2}{q} \cdot \frac{(1-q)}{(1+q)} \cdot \theta^{1-\frac{1}{q}} \cdot \int_0^\theta \tau^{\frac{1}{q}-2} \cdot F\{(c + V_0) \tau\} d\tau \right], \quad m = 2. \quad (7)$$

Формула (6) має простий фізичний зміст. Якщо падаючий імпульс має просторову протяжність  $a \cdot F(x) = \theta$  поза проміжку довжини, тоді відбитий імпульс має меншу протяжність  $a' = \frac{(1-q)}{(1+q)} \cdot a$ .

Енергія падаючого імпульсу  $W_i = E \cdot S_0 \cdot [F'(S)] dS$ , а відбитого –

$$W_r = E \cdot S_0 \cdot \int_0^{a'} \left[ F' \left( \frac{(1+q)}{(1-q)} \cdot S \right) \right]^2 dS. \quad (8)$$

Замінюючи змінні у другому інтегралі, знаходимо:

$$W_r = \frac{(1-q)}{(1+q)} \cdot W_i, \quad (9)$$

тобто імпульс довільної форми після відбиття від рухомої назустріч йому вільної границі втрачає частину енергії, яка дорівнює  $1 - \frac{(1-q)}{(1+q)} = \frac{2q}{1+q}$ , котра виноситься разом з матеріалом,

що відділяється від стрижня. На рис. 2, відповідно а, б, у безрозмірних координатах  $\xi = \frac{x}{a}$  показаний падаючий імпульс одиничної амплітуди й відбитий імпульс у момент проходження фронту через точку  $\xi = 2$ , а також положення торця стрижня ( $q = 0, 2$ ). Відбитий імпульс складається з головної частини, що має у  $\frac{(1+q)}{(1-q)}$  разів меншу довжину, ніж первісний імпульс,

й шлейфу, який займає простір впритул до рухомої границі. Енергія відбитого хвильового поля буде залежати від форми імпульса, й простою формулою не може бути описана.

Розв'язки (5) можна отримати, застосовуючи до рівняння руху й граничної умови перетворення Фур'є по часу, попередньо переходячи до нової незалежної змінної  $x_1 = x - V_0 t$  й, у випадку кінчного стрижня, замінюючи невідому функцію співвідношенням  $u = x^{-1} \cdot u_1$ .

При  $m = 1$  рівняння (1) не допускає розв'язків типу  $x^\lambda \cdot \psi(ct \pm x)$ , а перехід до рухомої системи координат призводить до рівняння з нероздільними змінними. Тому необхідно звернутись до інтегрального представлення розв'язку рівняння (1) у вигляді хвилі, яка йде у нескінченність:

$$u = \int_0^\infty F \left( t - \frac{x}{c} \cdot c h \eta \right) d\eta. \quad (10)$$

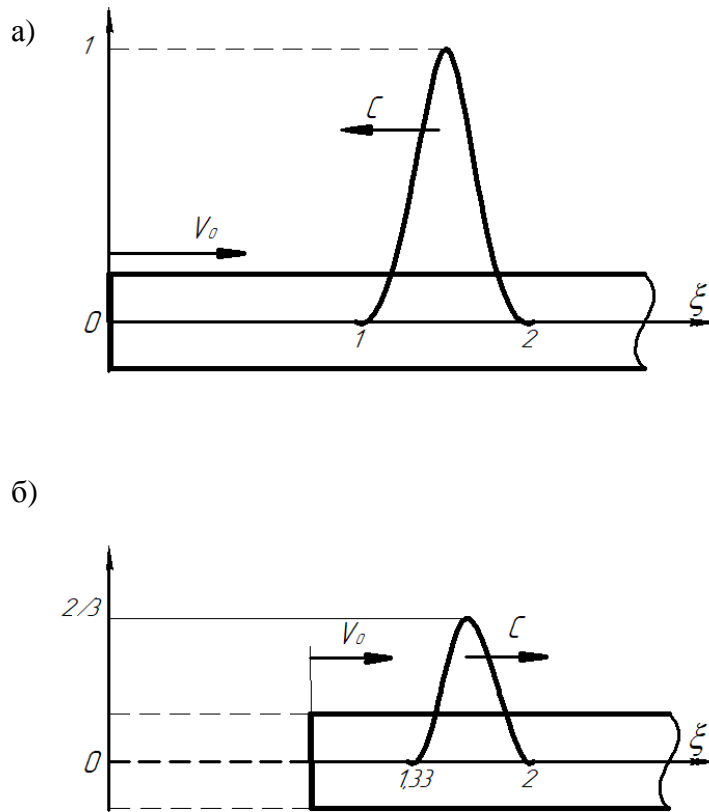


Рис. 2. Падіння та відбиття імпульсу від рухомого торця циліндричного стрижня: а – падаючий імпульс одиничної амплітуди у момент проходження фронту через точку  $\xi = x/a = 2$  і положення торця стрижня  $q = 0,2$ ; б – відбитий імпульс від рухомого торця стрижня

Тут  $F$  – довільна функція, яка задовольняє деяким умовам на нескінченності. Замінюючи змінну  $\eta$  співвідношеннями:

$$ch(\eta) = \frac{(x^2 + z^2)^{1/2}}{x}, \quad d\eta = \frac{dz}{(x^2 + z^2)^{1/2}}, \quad (11)$$

із урахуванням тієї обставини, що слід задовольнити нульовим початковим умовам, матимемо рівняння (10) у вигляді:

$$u = \int_0^{\infty} \Phi(ct - \sqrt{x^2 + z^2}) \cdot H(ct - \sqrt{x^2 + z^2}) \frac{dz}{(x^2 + z^2)^{1/2}}. \quad (12)$$

Підінтегральний вираз у рівнянні (12) відмінний від нуля лише при  $0 < z < (c^2 t^2 - x^2)^{1/2}$ . На функцію  $\Phi$ , котру слід визначити, необхідно накласти умову  $\Phi(0) = 0$ , яка забезпечує збіжність інтегралу.

Замінюючи незалежну функцію за формулою:

$$\Phi'(\alpha) = g(\alpha), \quad \Phi(\alpha) = \int_0^{\alpha} g(\beta) d\beta, \quad (13)$$

а також замінюючи порядок інтегрування, матимемо замість умов (12) представлення:

$$u = \int_0^{ct-x} \ln \left\{ \frac{ct - \alpha \cdot \sqrt{(ct - \alpha)^2 - x^2}}{x} \right\} \cdot g(\alpha) d\alpha, \quad (14)$$

а підстановкою у граничну умову (3) – інтегральне рівняння:

$$\int_0^{(c-V_0)t} \frac{(ct - \alpha)}{\sqrt{(ct - \alpha)^2 - V_0^2 t^2}} \cdot g(\alpha) d\alpha = -V_0 t \cdot f(t). \quad (15)$$

Ядро цього рівняння за верхньої межі інтегрування веде себе як  $[(c - V_0)t - \alpha]^{-1/2}$ , тобто має кореневу особливість.

Використовуючи розв'язок інтегрального рівняння Абеля  $\int_0^\beta \frac{g(\alpha)}{\sqrt{\beta - \alpha}} d\alpha = x(\beta)$ , який визначається формулою:

$$g(\beta) = \frac{1}{\Pi} \cdot \int_0^\beta \frac{x'(\alpha)}{\sqrt{\beta - \alpha}} d\alpha, \quad (16)$$

з виразу (15) отримаємо інтегральне рівняння Вольтерра другого роду:

$$h(\alpha) + \frac{1}{\Pi} \cdot \int_0^\alpha Q(\alpha, \beta) \cdot h(\beta) d\beta = P(\alpha), \quad (17)$$

де:

$$\begin{aligned} h(\alpha) &= \frac{\sqrt{(1-q) \cdot \alpha}}{(1+q)} g(\alpha); \quad Q(\alpha, \beta) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{1-k^2}} \cdot \left( \frac{q}{\alpha - q\beta} + \frac{1}{\alpha - \beta} \right) \cdot E(k) - \\ &- \frac{\sqrt{1-k^2}}{(\alpha - \beta)} \cdot K(k); \quad P(\alpha) = \frac{q}{\Pi} \cdot \left( \frac{1+q}{1-q} \right)^{1/2} \times \\ &\times \int_0^\alpha \frac{1}{\sqrt{\alpha - \tau}} \cdot \frac{d}{d\tau} \left[ \tau f \left( \frac{\tau}{c - V_0} \right) \right] d\tau; \end{aligned}$$

$k^2 = \left( \frac{\alpha - \beta}{\alpha - q\beta} \right)$ ,  $E(k)$  та  $K(k)$  – повні еліптичні інтеграли другого та першого роду

відповідно,  $\Pi$  – нормуючий множник.

Рівняння (17) зручно розв'язувати чисельно, оскільки його ядро виражається через добре вивчені спеціальні функції. Хвильове поле потім можна обчислити за формулою (14).

Можна вказати й інший спосіб розв'язку задачі, придатний для частинного виду функції

$f(t)$ . Якщо  $f(t) = A \cdot t^n$ , то функції  $s = \frac{x}{ct}$ ,  $u(x, t) = t^{n-1} \cdot f(s)$ , матимемо наступну

крайову задачу для звичайного диференціального рівняння:

$$\begin{aligned} (1 - s^2) f''(s) + (1 + 2ns^2) f'(s) - n(n+1)s \cdot f(s) &= 0, \\ f'(q) = cA, \quad f(l) &= 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Перша гранична умова випливає з виразу (3), а друга - витікає з умови перетворення у нуль переміщень при  $x = ct$ . Розглянемо випадок постійної у часі величини навантаження  $f(t) = -\frac{P_0}{E}$ . Відповідне диференціальне рівняння:

$$s(1-s^2)f''(s) + f'(s) = 0 \quad (19)$$

при умовах:

$$f'(q) = -\frac{P_0 \cdot c}{E}, \quad f(1) = 0 \quad (20)$$

має розв'язок:

$$u = \frac{P_0}{E} \cdot \frac{qct}{\sqrt{1-q^2}} \cdot \left\{ \ln \left[ \frac{1 + \sqrt{1-s^2}}{s} \right] \cdot \sqrt{1-s^2} \right\}. \quad (21)$$

Розподіл  $u$  як функції автомодельної координати  $s$  наведений на рис. 3. При заданому  $q$  графік слід розглядати у проміжку  $q < s < 1$ , який відповідає  $V_0 t < x < ct$ . Зазначимо, що завдяки автомодельності виразу (21) графік дає повне уявлення про хвильове поле у стрижні за будь-яких  $x$  та  $t$ .

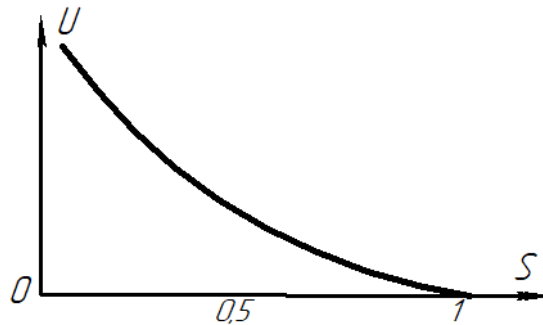


Рис. 3. Розподіл переміщень у параболічному стрижні як функції автомодельної координати

У випадку довільної залежності прикладеного тиску від часу слід наближено подати  $f(t)$  у вигляді сплайна (багаточлена) від  $t$ , а потім побудувати розв'язок задачі за принципом суперпозиції.

Якщо ж для відтворення особливостей  $f(t)$  типу швидкозмінних у часі функцій чи її похідної, слід побудувати багато-член високого ступеню, то вигіднішим є розв'язок рівняння (17), а потім слід застосовувати формулу (14) для обчислень.

#### Висновки:

1. Наведена методика розв'язку задач відбиття імпульсу, який розповсюджується у стрижнях (модель канатів), котрі мають різну залежність площі поперечного перерізу від поздовжньої (вдодовж вісі  $Ox$ ) координати  $x$ . При цьому вільна границя стрижня рухається заданим чином. Для циліндричного та конічного стрижнів/канатів отримані явні аналітичні формули для переміщень. У параболоїдальному стрижні таких формул отримати неможливо, тому встановити у останніх загальні закономірності відбиття імпульсів від рухомого кінця стрижня/канату доволі важко. Зрозумілим є лише те, що при відбитті енергія хвильового руху зменшується у стрижнях такого типу.

2. Отримані у роботі результати можуть у подальшому слугувати для уточнення й вдосконалення існуючих методів розрахунку динамічних навантажень у канатних системах вантажопідійомних механізмів кранів, при аналізі виникаючих у гнучких підвісах різноманітних хвилеутворень як на стадіях проектування/конструювання таких систем підйому вантажу (шахтних підійомників), так і у режимах їх реальної експлуатації.

## Література

1. P. Fritzkowski, H. 1. Fritzkowski P., Kaminski H. Dynamics of a rope modeled as a discrete system with extensible members. *Computational Mechanics*. 2009. Vol. 44. № 4. P. 473-480.
2. Селиванов В.М. Механика разрушения деформируемого тела. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 264 с.
3. Бежок В., Дворников В. Шахтный подъем. Донецк: ООО "Юго-Восток", 2007. 282 с.
4. Razdolsky A.G. Propagation of longitudinal deformation wave along a lifting rope of variable length. *International journal of solids and structures*. 2011. V. 48. №24. P. 3359-3364.
5. Зеленская Т.С. Оптимизированная математическая модель динамических процессов в головных канатах шахтных подъемных механизмов. *Вестник Херсонского национального технического университета*. 2014. №3(50). С. 286-290.
6. Самарин Ю.П., Анисимов В.Н. Вынужденные поперечные колебания гибкого звена при разгоне. Известия вузов. *Машиностроение*. 1986. №12. С. 17-21.
7. Горошко О.А., Савин Г.Н. Введение в механику деформируемых тел переменной длины. Киев: Наукова думка, 1971. 270 с.
8. Лежнева А.А. Изгибные колебания балки переменной длины. Известия АН СССР. *Механика твердого тела*. 1970. №1. С. 159-161.
9. Весницкий А.И. Волны в системах с движущимися границами. М.: Физматлит, 2001. 320 с.
10. Анисимов В.Н., Литвинов В.Л. Исследование резонансных свойств механических объектов при помощи метода Канторовича-Галеркина. *Вестник Самарск. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*. 2009. №1(18). С. 149-158.
11. Анисимов В.Н., Литвинов В.Л., Корпен И.В. Об одном методе получения точного решения волнового уравнения, описывающего колебания систем с движущимися границами. *Вестник Самарск. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*. 2012. №3(28). С. 145-151.
12. Динг Ху, Чен Ли-Квун. Методы Галеркина для собственных частот движущейся в осевом направлении балки. *Общие вопросы механики. Общая механика*. 2011. №2. С. 9-25.
13. Котера Тадаши. Вибрация струны с изменяющейся во времени длиной. Бюллетень Японского общества механической инженерии. 1978. Т.21. №162. С. 1677-1684.
14. Жу В.Д., Женг Н.А. Точная реакция поступательно движущейся струны с произвольно меняющейся длиной при внешнем возбуждении общего вида. *Общие вопросы механики. Общая механика*. 2010. №4. С. 11-30.
15. Лей Х. Влияние резких изменений жесткости основания железнодорожного полотна на его вибрацию при движущейся нагрузке. *Общие вопросы механики. Общая механика*. 2010. №3. С. 24-35.
16. Сахецкар С.М., Гхазави М.Р., Кхадем С.Е., Гхаёш М.Х. Анализ нелинейной вибрации движущейся в осевом направлении буровой колонны с зависящими от времени осевой нагрузкой и осевой скоростью в наклонной скважине. *Общие вопросы механики. Общая механика*. 2011. №7. С. 43-57.
17. Жу В.Д., Чен Й. Теоретическое и экспериментальное исследование динамики и управления каната лифта. *Общие вопросы механики. Общая механика*. 2006. №9. С. 29-39.
18. Анисимов В.Н., Литвинов В.Л., Корпен И.В. Постановка задачи о колебаниях балки с движущейся подпружиненной опорой. *Вестник Самарск. гос. техн. ун-та. Сер. Технические науки*. 2013. №1(37). С. 93-98.
19. Тихонов В.С., Абрамов А.А. Поперечные колебания гибкой нити переменной длины в потоке. *Вестник МГУ. Сер.1*. 1993. №5. С. 45-48.
20. Анисимов В.Н., Литвинов В.Л. Математические модели продольно-поперечных колебаний объектов с движущимися границами. *Вестник Самарск. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*. 2015. Т.19. №2. С. 382-397.
21. Кечеджиян Л.О., Пинчук Н.А., Столяр А.М. Об одной задаче математической физики с подвижной границей. *Известия вузов. Сев.-Кавк. регион. Естественные науки*. 2008. №1. С. 22-27.
22. Анисимов В.Н. Продольные резонансные колебания вязкоупругого каната



грузоподъемной установки. *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. 2016. Т.18. №4. С. 128-133.

23. Оборский Г.А., Дашенко А.Ф., Усов А.В., Дмитришин Д.В. Моделирование систем. Одесса: Астропринт, 2013. 664 с.

### References

- [1] P. Fritzkowski, H. Kaminski, "Dynamics of a rope modeled as a discrete system with extensible members", *Computational Mechanics*, vol. 44, no. 4, pp. 473-480, 2009.
- [2] V.M. Selyvanov, *Mekhanika razrusheniya deformyruemogo tela*, М.: МНТУ им. Н.Э. Баумана, 2006.
- [3] V. Bezhok, V. Dvornikov, *Shakhtnyi pod'em*, Donetsk: ООО "Iuho-Vostok", 2007.
- [4] A.G. Razdolsky, "Propagation of longitudinal deformation wave along a lifting rope of variable length", *International journal of solids and structures*, vol. 48, no. 24, pp. 3359-3364, 2011.
- [5] T.S. Zelenskaia, "Optymyzirovannaia matematycheskaia model dynamycheskykh protsessov v holovnykh kanatakh shakhtnykh pod'emnykh mekhanyzmov", *Vestnyk Khersonskoho natsyonalnoho tekhnicheskoho unyversyteta*, no. 3(50), pp. 286-290, 2014.
- [6] Yu.P. Samaryn, V.N. Anysymov, "Vъmuzhdenные poperechnые kolebaniya hybkoго zvena pry razghone", *Yzvestiya vuzov, Mashynostroeniye*, no. 12, pp. 17-21, 1986.
- [7] O.A. Horoshko, H.N. Savyn, *Vvedeniye v mekhaniku deformyruemykh tel peremnoi dlyny*, Kyev: Naukova dumka, 1971.
- [8] A.A. Lehneva, "Yzghybные kolebaniya balky peremnoi dlyny", *Yzvestiya AN SSSR. Mekhanika tverdoho tela*, no. 1, pp. 159-161, 1970.
- [9] A.Y. Vesnytskyi, *Volny v systemakh s dvyzhushchymysia hranytsamy*, М.: Fyzmatlyt, 2001.
- [10] V.N. Anysymov, V.L. Lytvynov, "Yssledovanye rezonansnykh svoystv mekhanicheskyykh ob'ektov pry pomoshchy metoda Kantorovycha-Halerkyna", *Vestnyk Samarsk. hos. tekhn. un-ta, Ser. Fyz.-mat. nauky*, no. 1(18), pp. 149-158, 2009.
- [11] V.N. Anysymov, V.L. Lytvynov, Y.V. Korpen, "Ob odnom metode polucheniya tochnoho resheniya volnovoho uravneniya, opysyvaiushcheho kolebaniya system s dvyzhushchymysia hranytsamy", *Vestnyk Samarsk. hos. tekhn. un-ta, Ser. Fyz.-mat. nauky*, no. 3(28), pp. 145-151, 2012.
- [12] Dynh Khu, Chen Ly-Kvun. "Metody Halerkyna dlia sobstvennykh chastot dvyzhushcheisia v osevom napravlenyy balky", *Obshchye voprosy mekhaniky. Obshchaia mekhanika*, no. 2, pp. 9-25, 2011.
- [13] Kotera Tadashy, "Vybratsyia struny s yzmeniaiushcheisia vo vremeny dlynoi", *Biulleten Yaponskoho obshchestva mekhanicheskoi ynzheneryy*, T.21, no. 162, pp. 1677-1684, 1978.
- [14] V.D. Zhu, N.A. Zhenh, "Tochnaia reaktsiya postupatelno dvyzhushcheisia struny s proyzvolno meniaiushcheisia dlynoi pry vneshnem возбuzhdenyy obshcheho vyda", *Obshchye voprosy mekhaniky, Obshchaia mekhanika*, no. 4, pp. 11-30, 2010.
- [15] Lei Kh, "Vlyianye rezkykh yzmeneni y zhestkosti osnovaniya zheleznodorozhnoho polotna na eho vybratsyiu pry dvyzhushcheisia nahruzke", *Obshchye voprosy mekhaniky, Obshchaia mekhanika*, no. 3, pp. 24-35, 2010.
- [16] S.M. Sakhebkar, M.R. Hkhazavy, S.E. Kkhadem, M.Kh. Hkhaesh, "Analyz nelyneinoi vybratsyy dvyzhushcheisia v osevom napravlenyy burylnoi kolonny s zavysyashchymy ot vremeny osevoi nahruzko y osevoi skorostiu v naklonnoi skvazhyne", *Obshchye voprosy mekhaniky, Obshchaia mekhanika*, no. 7, pp. 43-57, 2011.
- [17] V.D. Zhu, Y. Chen "Teoretycheskoe y eksperymentalnoe yssledovanye dynamyky y upravleniya kanata lyfta", *Obshchye voprosy mekhaniky, Obshchaia mekhanika*, no. 9, pp. 29-39, 2006.
- [18] V.N. Anysymov, V.L. Lytvynov, Y.V. Korpen, "Postanovka zadachy o kolebaniyakh balky s dvyzhushcheisia podpruzhynennoi oporoi", *Vestnyk Samarsk. hos. tekhn. un-ta, Ser. Tekhnicheskyye nauky*, no. 1(37), pp. 93-98, 2013.

- [19] V.S. Tykhonov, A.A. Abramov, "Poperechnye kolebaniya hybkoi nyty peremennoi dluny v potoke", *Vestnyk MHU*, Ser.1, no. 5, pp. 45-48, 1993.
- [20] V.N. Anysymov, V.L. Lytvynov, "Matematycheskiye modely prodolno-poperechnykh koleb anyi ob'ektov s dvyzhushchymysia hranytsamy", *Vestnyk Samarsk. hos. tekhn. un-ta*, Ser. Fyz.-mat. nauky, T.19, no. 2, pp. 382-397, 2015.
- [21] L.O. Kechedzhyian, N.A. Pynchuk, A.M. Stoliar, "Ob odnoi zadache matematycheskoi fyzyky s podvyzhnoi hranytsei", *Yzvestyia vuzov, Sev.-Kavk. Rehyon, Estestvennyye nauky*, no. 1, pp. 22-27, 2008.
- [22] V.N. Anysymov, "Prodolnye rezonansnye kolebaniya viazkoupruhoho kanata hrupoporod'jemnoi ustanovky", *Yzvestyia Samarskoho nauchnoho tsentra Rossyiskoi akademyy nauk*, T.18, no. 4, pp. 128-133, 2016.
- [23] H.A. Oborskyi, A.F. Dashchenko, A.V. Usov, D.V.Dmytryshyn, *Modelyrovanye system*, Odessa: Astroprynt, 2013.

## ELASTIC WAVEFORMS ANALYSIS IN THE LOAD LIFTING CRANES ROPES

<sup>1</sup>**Chovnyuk Yurii**, Ph.D., Professor,

ychovnyuk@ukr.net, ORCID: 0000-0002-0608-0203

<sup>1</sup>**Priymachenko Aleksey**, Ph.D., Associate Professor,

prymachenko.ov@knuba.edu.ua, ORCID: 0000-0001-5125-8472

<sup>1</sup>**Cherednichenko Petro**, Associate Professor,

petro\_che@ukr.net, ORCID: 0000-0001-7161-661X

<sup>1</sup>**Ostapushchenko Olga**, Ph.D., Associate Professor,

olga\_ost\_17@ukr.net, ORCID : 0000-0001-8114-349X

<sup>1</sup>**Kravchenko Igor**,

kim-ua@bigmir.net, ORCID: 0000-0001-7077-1546,

<sup>1</sup>*Kyiv National University of Construction and Architecture, Ukraine*

Povitroflotsky prospect, 31, Kyiv, 03037, Ukraine

**Abstract.** In the article the boundary value problem on the elastic longitudinal waves motion in the load lifting cranes and mine mechanisms variable length ropes is considered. Solutions of the Cauchy problem, which describe longitudinal oscillations propagation in the ropes (flexible suspensions) as in areas with moving borders, are found. Displacements and stresses dynamic fields in variable length steel ropes of the specified load lifting mechanisms are investigated. Usually the ropes are balanced, and the main rope carries concentrated stress which before the systems movement was at the main ropes lower end. Dynamic forces in perfectly elastic variable length steel ropes estimation is shown, that only when lifting ropes without end loads under non-integrated boundary conditions, their efforts do not increase. However, practical experience shows that this phenomenon is not observed at moderate lifting speeds due to the fact that along with the dynamic forces amplitudes increase. Due to the decrease in length there is a simultaneous decrease in the amplitudes of their oscillations. The object of analysis refers to a wide range of variable length oscillations one-dimensional objects. A classical mathematical model to describe oscillations and waveforms is used. When studying wave fields in areas with moving boundaries the reflection of pulses from such boundaries is established. Elastic type waveforms in variable length rods (rope models) taking into account the fact that these rods have circular cross section of variable (length of rope/rod) area (rods are cylindrical, rotational paraboloids form, conical rods) is considered. Method based on the possibility of constructing wave equation from waves reflected from fixed and moving given boundaries of a semi-infinite domain solutions is applied.

**Keywords:** rods, variable length, models, dynamic analysis, elastic waveforms, ropes, load lifting mechanisms.

Стаття надійшла до редакції 19.04.2023