

**НЕЛІНІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОБПИРАННЯ
ПЕРФОРОВАНИХ БАЛОК НА ОГОЛОВКИ КОЛОН**¹**Безнюк Л.І.**, аспірант,

l.i.bezniuk@nuwm.edu.ua, ORCID: 0000-0001-6703-5062

¹**Романюк Є.В.**, аспірант,

e.v.romaniuk@nuwm.edu.ua, ORCID:0009-0005-6097-9788

¹**Романюк В.В.**, к.т.н., доцент,

v.v.romaniuk@nuwm.edu.ua, ORCID:0000-0002-2539-4654

¹**Супрунук В.В.**, к.т.н., доцент,

v.v.supruniuk@nuwm.edu.ua, ORCID:0000-0001-9534-4460

¹**Зятюк Ю.Ю.**, к.т.н., доцент,

y.y.ziatiuk@nuwm.edu.ua, ORCID:0000-0003-3831-6599

¹*Національний університет водного господарства та природокористування
вул. Соборна, 11, м. Рівне, 33000, Україна*

Анотація. Розглянуто можливість застосування програмного комплексу LIRA-FEM для нелінійного моделювання дійсної розрахункової схеми та фактичної роботи двотаврової нерозрізної перфорованої балки у місці обпирання її на горизонтальну плиту оголовка колони. Бібліотека скінченних елементів дозволяє моделювати роботу різних типів конструкцій елементами різної конфігурації, а також використовувати спеціальні елементи для моделювання в'язей у вузлових поєднаннях. Нелінійний розрахунок дозволяє виконати моделювання фактичної роботи конструкції, у якій враховано дійсне обпирання балки на колону; кріплення балки до оголовка колони болтами; заздалегідь прикладене зусилля натягу болтів, а також задано діаграму роботи сталі за дії статичного навантаження. Розроблено методику нелінійного розрахунку системи «балка-колона» та представлено етапи моделювання, починаючи зі створення нової задачі і закінчуючи розширеним аналізом отриманих результатів у розрахункових перерізах і точках конструкцій. Детально розглянуто моделювання спільної роботи балки з колоною з урахуванням реальної роботи болтів у з'єднаннях залежно від зусиль їх попереднього натягу. Сформульовано завдання для виконання нелінійного розрахунку металевих перфорованих двопрольотних нерозрізних балок з урахуванням пластичної деформації матеріалу, що має на меті визначення граничного навантаження та характеру втрати стійкості. У задачах фізичної та геометричної нелінійності розрахунки виконуються з використанням ітераційного та крокового методів. Виконано моделювання нелінійних навантажень, що представляє собою розширений рівень аналізу конструкцій, який дозволяє врахувати фізичну або геометричну нелінійність поведінки матеріалу або форми конструкції за дії значних навантажень. У лінійному навантаженні припускається, що воно прикладається поступово і матеріал реагує пропорційно, а у нелінійному аналізі матеріал може змінювати свою жорсткість за дії навантаження, у ньому відбуваються пластичні деформації, а також може враховуватись руйнування матеріалу.

Ключові слова: нерозрізна перфорована балка, проміжна опора, плита, оголовок колони, переріз, напруження, деформація, несуча здатність, програмний комплекс.

Вступ. Як відомо, розрахунок будівельних конструкцій з використанням методу скінченних елементів (МСЕ) ґрунтується на представленні пружних систем у вигляді набору елементів з кінцевим числом ступенів свободи, які з'єднуються між собою у вузлових точках (вузлах). Тобто метод скінченних елементів заснований на представленні суцільного тіла у вигляді сукупності окремих скінченних елементів, що взаємодіють між собою в кінцевому

числі точок, які в МСЕ прийнято називати вузлами [1, 2]. Таке представлення заданої системи призводить до повної формалізації всіх етапів розрахунку, причому загальний підхід до вирішення конкретних завдань є єдиним як для стержневих систем, так і для пластин, оболонок, об'ємних тіл тощо [1, 2].

Метод скінченних елементів покладено в основу програмного комплексу для статичного та конструктивного розрахунків LIRA-FEM, у якому він реалізований у формі переміщень, тобто він застосовується для випадків, коли вирішальною шуканою функцією є переміщення. Це обумовлено тим, що вибір розрахункової схеми для МСЕ в переміщеннях легко піддається алгоритмізації, а практичне використання МСЕ неможливе без застосування сучасних комп'ютерів [1, 2].

Бібліотека скінченних елементів (БСЕ) містить елементи, що моделюють роботу різних типів конструкцій: елементи стержнів; чотирикутні та трикутні елементи плоскої задачі; плити; оболонки; елементи просторової задачі – тетраедр, паралелепіпед, тригранна призма. Крім того, у БСЕ є різні спеціальні елементи, що моделюють в'язь певної жорсткості, пружну податливість між вузлами, елементи, що задаються чисельною матрицею жорсткості [1, 2].

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Раніше здебільшого виконувався аналіз лише лінійних задач, тобто задач, в яких залежності між зовнішніми силами (внутрішніми напруженнями), що прикладені до конструкції (що виникають у поперечних перерізах від дії зовнішнього навантаження), та деформаціями її точок прийнято лінійними, а в основу фізичних рівнянь покладено узагальнений закон Гука (табл. 1). Але насправді це далеко не завжди відповідає реальній роботі конкретної конструкції в цілому або її окремих елементів (табл. 2).

Таблиця 1 – Характеристика та класифікація основних типів задач

Лінійні, в яких	Типи задач		
	Нелінійні		
	фізично, в яких	геометрично, в яких	конструктивно, в яких
– закон Гука зберігається на всій ділянці роботи конструкції; – спостерігаються малі деформації; – в основу покладено принцип незалежності дії сил.	– закон Гука не зберігається на всій ділянці роботи конструкції; – необхідно враховувати пластичність та повзучість матеріалу.	– під час розрахунку конструкцій виникають великі деформації.	– відбувається зміна конструктивної схеми в процесі навантаження.

Таблиця 2 – Загальні порівняння лінійного та нелінійного розрахунків

Показник	Лінійні задачі	Нелінійні задачі
Властивості матеріалу	Лінійні пружні властивості, які визначаються за формулами опору матеріалів.	Нелінійні властивості, які часто невідомі та потребують проведення додаткових експериментальних досліджень.
Граничні умови	Під час розрахунку залишаються постійними.	Можуть змінюватися (наприклад, змінюється площа контакту обпирання балки).
Послідовність прикладання навантаження	Не суттєвий, не впливає на розрахунок	Стан досліджуваного зразка конструкції залежить від схеми навантаження.
Величина переміщення	Зміни геометрії через деформації вважаються малими і тому їх не враховують під час перевірки рівноваги.	Перевірка рівноваги враховує деформований стан конструкції.

Фізична нелінійність проявляється у разі виникнення пластичних деформацій, тобто у разі урахування в роботі криволінійної ділянки діаграми «напруження-деформації», іншими словами – урахування стадії самозміцнення сталі.

У фізичних нелінійних задачах відсутня лінійна залежність між напруженнями та деформаціями. Матеріали конструкції підпорядковуються нелінійному закону деформування. Причому закон деформування конструкції може бути як симетричним, так і несиметричним з різними границями міцності за розтягу та стиску.

У разі розв'язання задач, що моделюють пружно-пластичну поведінку матеріалу, описану діаграмою Прандтля, використовується кроково-ітераційний метод.

Нелінійний процесор реалізує кілька методів для вирішення нелінійних задач різних типів:

- кроковий метод (рис. 1, а), як правило, застосовується для вирішення задач фізичної та геометричної нелінійності [2];
- метод січних або метод Біргера (рис. 1, б), як правило, застосовується для вирішення фізично нелінійних задач у режимі «інженерна нелінійність» [2];
- ітераційний метод або спрощений метод Ньютона (рис. 1, в) застосовується для вирішення задач конструктивної нелінійності (односторонні в'язі) [2].

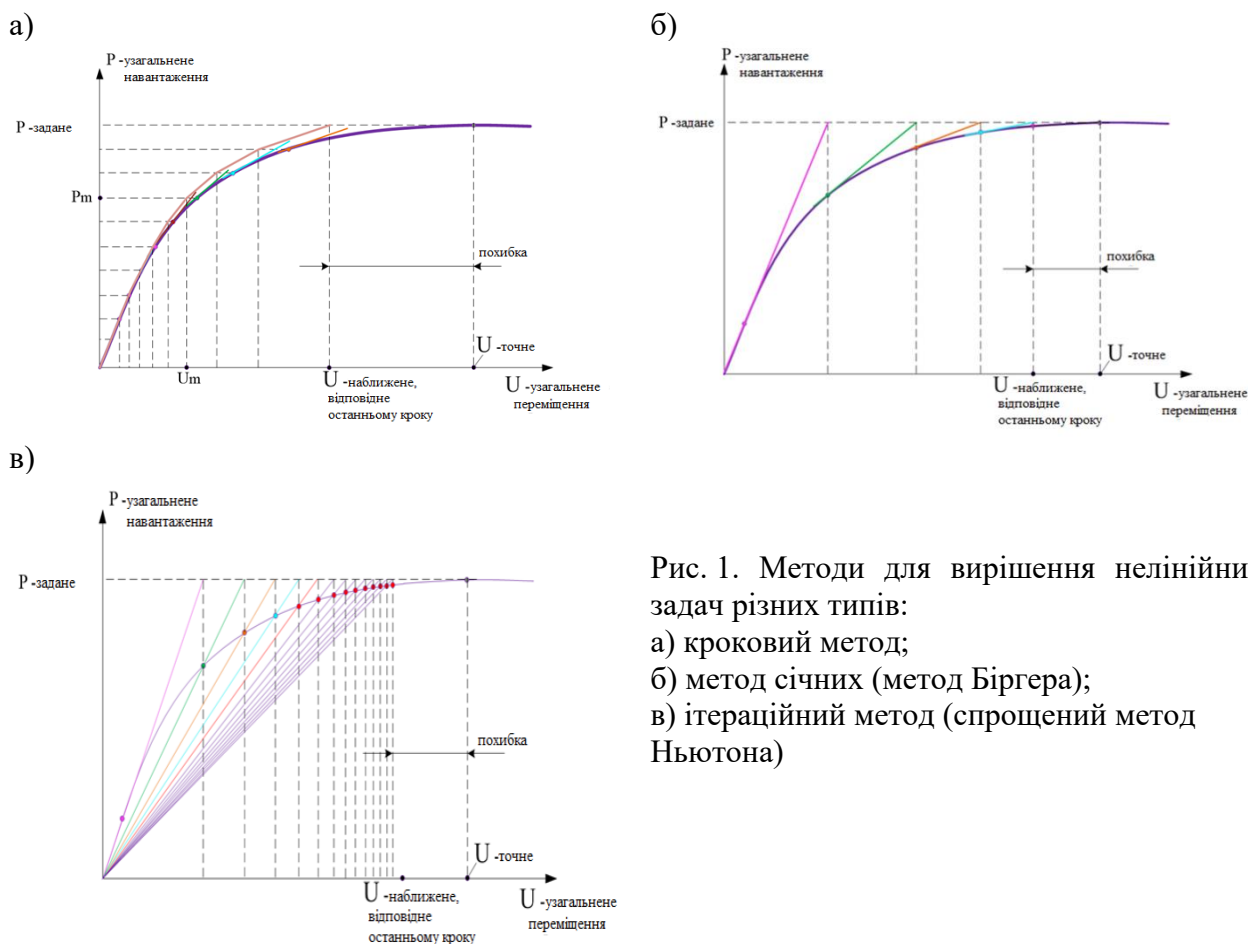


Рис. 1. Методи для вирішення нелінійних задач різних типів:
а) кроковий метод;
б) метод січних (метод Біргера);
в) ітераційний метод (спрощений метод Ньютона)

Кроковий процесор дозволяє комбінувати лінійні та нелінійні скінченні елементи. Розрахунок за суперелементною схемою допускається, якщо нелінійні елементи присутні лише в основній схемі. На кожному кроці виконується оцінка напружено-деформованого стану. У програмному комплексі LIRA-FEM можна дізнатися результат розрахунку у розділі «Відомості про стан матеріалів», де наведено інформацію про розвиток або досягнення граничних станів, утворення пластичних шарнірів чи настання руйнування.

Мета та завдання. Виконати моделювання, статичний та конструктивний розрахунки запропонованих авторами типів проміжних опор нерозрізних перфорованих балок з різними

геометричними параметрами з урахуванням лінійного та нелінійного формулювання задач.

Методи досліджень. Аналіз літературних джерел, що присвячені теоретичним та експериментальним дослідженням перфорованих конструкцій, а також використання методу скінченних елементів, реалізованого у програмному комплексі LIRA-FEM.

Результати досліджень. Розрахунку та експериментально-теоретичним дослідженням перфорованих елементів присвячено роботи [3-9], у яких розглянуто напружено-деформований стан конструкцій за дії зосередженого та рівномірно розподіленого погонного навантаження. Також розглянуто вплив жорсткості вузлових елементів на перерозподіл в них зусиль зокрема та на несучу здатність конструкцій у цілому [10-15].

Нелінійний розрахунок дозволяє виконати моделювання фактичної роботи конструкції, у якій враховано дійсне обпирання балки на колону; кріплення балки до оголовка колони болтами; заздалегідь прикладене зусилля натягу болтів, а також задано діаграму роботи сталі за дії статичного навантаження.

Моделювання розрахункової схеми нерозрізної перфорованої балки двотаврового перерізу (рис. 2) у місці обпирання на оголовок колони виконується у кілька етапів.

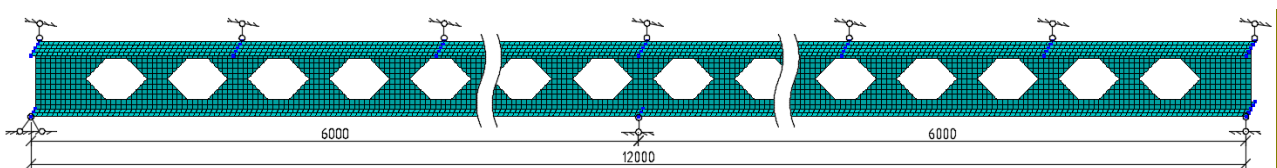


Рис. 2. Модель нерозрізної перфорованої балки в ПК LIRA-FEM

1-й етап – «Створення нової задачі».

1. Для створення нової задачі необхідно відкрити меню програми LIRA-FEM і обрати пункт Новий (створити новий документ).

2. У діалоговому вікні обрати ознаки схеми 5 – Шість ступенів свободи у вузлі: X , Y , Z , U_x , U_y , U_z . З цією ознакою схеми можна виконувати розрахунок просторових каркасів, оболонок, допускається включення об'ємних тіл, урахування пружної основи тощо.

2-й етап – «Створення геометричної схеми».

Моделювання сітки скінченних елементів двотаврів виконано по осевих лініях полиці та стінки за допомогою пластин (рис. 3), причому скінченні елементи біля шестикутних отворів сформовано три та чотиривузловими пластинами. Прийняті розміри та форми скінченних елементів дозволяють отримати високу точність розрахунку. Після створення геометричної схеми обов'язково необхідно виконати «Упаковку схеми». Наступним важливим моментом є співврівнювання власних місцевих осей пластин з глобальними осями моделі.

3-й етап – «Формулювання граничних умов».

Кріплення кінців перфорованої двопрольотної балки з однаковими за величиною прольотами $l = 6$ м прийнято таким: крайня опора зліва – шарнірно нерухома; крайня опора справа – шарнірно рухома; проміжна опора – шарнірно рухома у вигляді примикаючого шарніра. Для кріплення балки з площини дії навантаження використано поперечні елементи, які розміщено по верхніх поясах двотаврових профілів з кроком 1 м.

4-й етап – «Моделювання спільної роботи балки з колоною».

Моделювання оголовка колони виконується за допомогою пластин. З огляду на конструктивні вимоги проектування горизонтальних плит оголовків колон її товщину прийнято 20 мм. Розміри скінченних елементів оголовка залежать від розмірів поділу полиці перфорованої двотаврової балки на скінченні елементи.

Для моделювання спільної роботи балки та колони застосовується кінцевий двовузловий елемент односторонньої пружної в'язі з урахуванням тертя між вузлами. Цей KE призначений для моделювання ковзання в односторонній в'язі. Напрямок в'язі встановлюється відповідно до координат вузлів, що описують даний KE, і збігається з поздовжньою віссю $X1$.

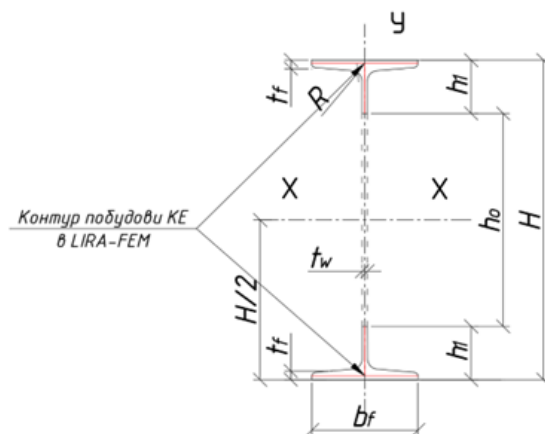


Рис. 3. Схема побудови скінченних елементів в ПК LIRA-FEM

З'єднання балки з колоною реалізується за допомогою стержневих елементів, моделювання яких виконується за допомогою функції «Переміщення твірної».

Визначення осьової жорсткості на стиск здійснюється за такою методикою:

1) визначається переміщення за дії $F = 1$ т :

$$\delta = (F l) / (E A), \quad (1)$$

де $F = 1$ т – одиничне навантаження;

l – розрахункова довжина кінцевого елемента, яка дорівнює сумі товщини плити оголовка і відстані до середини товщини полиці двотавра балки;

E – модуль пружності сталі;

A – робоча площа КЕ, мм².

2) визначається жорсткість на стиск:

$$C = 1 / \delta. \quad (2)$$

Результати розрахунків наведено в табл. 3.

Таблиця 3 – Результати розрахунків

№№ профілів	Розмір плити оголовка колони в плані, мм	Розміри скінченних елементів зони контакту плити оголовка та полиці двотавра, мм		A , мм ²	Розрахункова довжина кінцевого елемента l , мм	Переміщення δ , м/т	Значення осьової жорсткості на стиск, C , т/м	Коефіцієнт тертя, μ
20	200×200	25	25	625	24,2	$1,88 \times 10^{-6}$	532 024	0,25
30	200×200	25	33,75	843,75	25,1	$1,444 \times 10^{-6}$	692 480	0,25
40	200×200	25	26	650	26,5	$1,979 \times 10^{-6}$	505 283	0,25
50	250×200	50	42,5	2125	27,6	$0,63 \times 10^{-6}$	1 586 020	0,25
60	250×200	50	$\frac{50}{45}$	$\frac{2500}{2250}$	28,2	$\frac{0,548 \times 10^{-6}}{0,608 \times 10^{-6}}$	$\frac{1\ 826\ 241}{1\ 643\ 617}$	0,25
Примітка. Значення коефіцієнтів тертя обирається залежно від способу обробки поверхні металу (без обробки металу 0,25).								

5-й етап – «Моделювання болтів та завдання зусилля попереднього натягу».

Болти у вузлах моделюються за допомогою КЕ «Універсальний просторовий стержневий КЕ». Їх розміщення наведено у 2-му стовпчику табл. 4, а довжина визначається відстанню від середньої осі полиці балки до нижньої площини плити оголовка колони.

Задати зусилля попереднього натягу у програмному комплексі LIRA-FEM можна за допомогою температурного навантаження. Для обчислення температури використаний алгоритм розрахунку:

1) несуча здатність одного болта:

$$N_{bt} = A_{bn} R_{bt}, \quad (3)$$

де R_{bt} – розрахунковий опір болта розтягу, величина якого залежить від класу міцності болта (для болтів класу міцності 5.6 згідно з табл. Д.4 [3] $R_{bt} = 225$ МПа);

2) коефіцієнт температурного розширення сталі $\alpha = 0,0001331/^\circ\text{C}$;

3) видовження болта прийнятого діаметру d (мм) та обчисленої довжини l (мм) за дії попереднього натягу поздовжньою силою N (т):

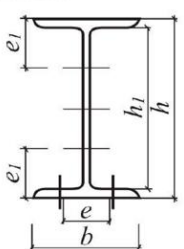
$$\Delta l = (N l) / (E A_{bn}); \quad (4)$$

4) температурне навантаження на болт:

$$T^\circ = -\Delta l / (l \alpha). \quad (5)$$

Результати розрахунків наведено у табл. 4.

Таблиця 4 – Результати розрахунків

№№ профільів	e , мм	d_{max} , мм	d_b , мм	l , мм	N_{bt} , т	N , т	A_b , мм ²	A_{bn} , мм ²	Δl , мм	t°
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
20	55	17	16	28,4	5,89	3	201	157	0,0206	-54,48
30	70	23	$\frac{16}{20}$	30,2	$\frac{5,89}{9,19}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{201}{314}$	$\frac{157}{245}$	$\frac{0,0219}{0,0365}$	$\frac{-54,48}{-90,79}$
40	80	23	$\frac{16}{20}$	33,0	$\frac{5,89}{9,19}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{201}{314}$	$\frac{157}{245}$	$\frac{0,0239}{0,0398}$	$\frac{-54,48}{-90,79}$
50	100	23	$\frac{16}{20}$	35,2	$\frac{5,89}{9,19}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{201}{314}$	$\frac{157}{245}$	$\frac{0,0255}{0,0425}$	$\frac{-54,48}{-90,79}$
60	110	25	$\frac{20}{24}$	37,8	$\frac{9,19}{13,20}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{314}{452}$	$\frac{245}{352}$	$\frac{0,0292}{0,0409}$	$\frac{-58,12}{-81,37}$
		e – відстань; d_{max} – максимально можливий діаметр отвору в полиці; d_b – діаметр болта; l – розрахункова довжина болта; N_{bt} – розрахункове зусилля на розтяг одного болта; N – сила натягу болта; A_b – розрахункова площа поперечного перерізу стержня болта; A_{bn} – площа поперечного перерізу стержня болта нетто у місці нарізки; Δl – видовження болта; t° – температурне навантаження на болт.								

6-й етап – «Постановка задачі нелінійного розрахунку сталевих елементів».

Виконання нелінійного розрахунку металевих перфорованих двопрольотних нерозрізних балок з урахуванням пластичної деформації матеріалу має на меті визначення граничного навантаження та характеру втрати стійкості.

Пружні деформації:

$$\varepsilon_{np} = R_y / E = 230 / 206000 = 0,00116505 \quad (6)$$

Відносні деформації розриву зразка у середньому становлять $\varepsilon_{роз} = 0,2\%$.

LIRA-FEM підтримує застосування різних законів нелінійного деформування матеріалів, призначених для задання характеристик фізичної нелінійності матеріалів конструкції. Для розрахунку металевих елементів використовується «Кусково-лінійний закон деформування».

В таблиці закону, зазначають такі параметри:

- деформація в i -тій проміжній точці ε_i ;
- напруження в i -тій проміжній точці σ_i .

Кількість точок не обмежується. Характеристики гілки стиску є від'ємними числами. Якщо значення деформації, отриманої за результати розрахунку, виходить за межі заданого закону, то моделюється вимкнення матеріалу (тобто приймається $E_i = 1$) елементарної площини з роботи перерізу. Необхідно зауважити, що горизонтальні ділянки задавати неможна [2]. У програмному комплексі використано діаграму деформування, відому як діаграма Прандтля (рис. 4).

Використано такі кінцеві елементи: «Універсальний трикутний КЕ оболонки», «Універсальний чотирикутний КЕ оболонки», які призначені для розрахунку міцності тонких положистих оболонок (плит, балок-стінок); «Фізично нелінійний універсальний трикутний КЕ оболонки», «Фізично нелінійний універсальний чотирикутний КЕ оболонки», які призначені для визначення напружено-деформованого стану тонких положистих оболонок. Причому оболонка розглядається як біматеріальна система з ізотропними фізично-нелінійними матеріалами.

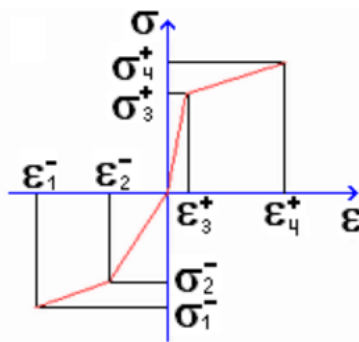


Рис. 4. Кусково-лінійний закон деформування

У задачах фізичної та геометричної нелінійності розрахунки виконуються з використанням ітераційного та крокового методів.

Кроковий метод полягає у поступовому прикладанні навантаження або зміни зовнішніх умов шляхом поділу його на окремі навантажувальні кроки (етапи). Це дозволяє враховувати зміну жорсткісних характеристик елементів конструкцій на кожному етапі.

Ітераційний метод використовується на кожному кроці навантаження з метою уточнення рішення шляхом багатократного повторення обчислень до досягнення збіжності (заданої точності). Даний метод забезпечує точне урахування фізичної нелінійності матеріалів конструкції.

Порівняння методів наведено у табл. 5.

Таблиця 5 – Порівняння методів

Порівняльна таблиця методів		
Критерій	Кроковий	Ітераційний
Приклад застосування	Аналіз процесу навантаження конструкції	Визначення напружено-деформованого стану у разі зміни властивостей
Використання	Геометрична нелінійність, руйнування, пластичність	Фізична нелінійність, змінна жорсткість
Призначення	Поступове прикладання навантаження	Уточнення розв'язку на кожному кроці
Принцип роботи	Навантаження ділиться на кроки	Повторні обчислення всередині одного кроку

7-й етап – «Моделювання лінійних та нелінійних навантажень конструкції».

Навантаження прикладено до верхнього поясу двотаврової перфорованої нерозрізної балки у кН/м^2 , які обчислюють на основі рівномірно розподілених погонних навантажень. Перелік навантажень, які застосовуються в моделі, наведено у табл. 6, а також застосовуються навантаження з коефіцієнтами 1,5 та 2,0.

Таблиця 6 – Розрахункові погонні навантаження

№№ профілів	Розрахункові погонні навантаження			
	за граничними станами першої групи			за граничними станами другої групи
	$q_{Qmax},$ кН/м	$q_{Mmax},$ кН/м	$q_l,$ кН/м	$q_{II},$ кН/м
20	15,5	9,73	9,73	12,53
30	28,9	24,91	24,91	48,23
40	48,92	51,22	48,92	129,85
50	72,84	86,17	72,84	270,63
60	102,81	138,83	102,81	516,41

Моделювання нелінійних завантажень – це розширений рівень аналізу конструкцій, який дозволяє врахувати фізичну або геометричну нелінійність поведінки матеріалу або форми конструкції за дії значних навантажень.

У класичному (лінійному) завантаженні припускається, що навантаження прикладається поступово і матеріал реагує пропорційно. У нелінійному аналізі матеріал може змінювати свою жорсткість під навантаженням; відбуваються пластичні деформації; може враховуватися руйнування матеріалу.

8-й етап – «Розрахунок схеми».

Задача запускається на розрахунок «Виконати повний розрахунок» та перевіряється протокол розрахунку.

Для виконання розрахунків конструкції на руйнування необхідно розрахувати «Схему процесором попередніх років» і також перевірити протокол розрахунку.

9-й етап – «Аналіз та розширений аналіз».

У розширеному аналізі можна дізнатись характер руйнування конструкції. Для обраного шару пластини (верхній, середній, нижній) будується картина руйнування, тобто зображується напрям тріщин у вигляді відрізків. Відображення відбувається лише за результатами розрахунку фізичної нелінійності конструкцій. Для відображення карти руйнування необхідно виконати розрахунок схеми процесором попередніх версій.

Висновки:

1. Розроблено методику розрахунку та визначення напружено-деформованого стану двопрольотної нерозрізної перфорованої балки у місці її обпирання на проміжну опору у програмному комплексі LIRA-FEM для нелінійного моделювання дійсної розрахункової схеми балки та її фактичної роботи.

2. Розрахунок задач у лінійній інтерпретації, тобто задач, в яких залежності між внутрішніми напруженнями, що виникають у поперечних перерізах балки від дії певних зусиль, та деформаціями її розрахункових точок прийнято лінійними, далеко не завжди відповідає реальній роботі конкретної конструкції в цілому або її окремих елементів.

3. Нелінійний розрахунок дозволяє виконати моделювання фактичної роботи конструкції, у якій враховано: дійсне обпирання балки на колону з урахуванням конкретної конструктивної схеми; кріплення балки до плити оголовка колони болтами; заздалегідь прикладене зусилля натягу болтів певної величини; обрану діаграму роботи сталі за дії статичного навантаження.

4. Детально розроблено методику нелінійного розрахунку системи «балка-колона» та представлено етапи моделювання, починаючи зі створення нової задачі і закінчуючи розширеним аналізом отриманих результатів з використанням, залежно від конкретних умов і задач розрахунку, мозаїки або ізополів у розрахункових перерізах і точках конструкцій.

5. Для розв'язання задач фізичної та геометричної нелінійності розглянуто можливість використання ітераційного та крокового методів розрахунків, кожний з яких враховує низку критеріїв і має свою раціональну область використання.

Література

1. Програма для розрахунку за методом скінченних елементів. URL: <https://www.liraland.ua/solutions/functionality/fem.php>.
2. Розрахунок конструкцій у нелінійній постановці ЛІРА-САПР. URL: <https://help.liraland.com/uk-ua/high-technology-innovations/nonlinearity-in-lira-sapr.html>.
3. ДБН В.2.6 – 198: 2014. Сталеві конструкції. Норми проєктування [Чинний від 2015-01-01]. Київ: Мінрегіон України, 2014. 198 с. (Державні будівельні норми України).
4. Volodymyr Romaniuk, Volodymyr Supruniuk, Leonid Bezniuk, Oleksandr Kononchuk, Olga Meshcheryakova, Andrii Sorochak. Features of the work of continuous perforated beams near intermediate supports. *Procedia Structural Integrity*. Volume 59, 2024, P. 471–478. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2024.04.067>.
5. Volodymyr Romaniuk, Volodymyr Supruniuk, Leonid Bezniuk, Oleksandr Kononchuk, Olga Meshcheryakova, Andrii Sorochak. Experimental studies of a steel rafter arch with a perforated upper band. *Procedia Structural Integrity*. Volume 59, 2024, P. 479–486. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2024.04.068>.
6. Романюк В.В., Супрунюк В.В. Експериментальні дослідження прольотних конструкцій з перфорованих елементів за складного напружено-деформованого стану. *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник*. К.: КНУБА, 2019. Випуск 103. С. 189–200.
7. Романюк В.В., Супрунюк В.В. Міцність та деформативність перфорованих елементів сталевої арки: монографія. Рівне: НУВГП, 2013. 106 с.
8. Романюк В.В., Супрунюк В.В. Особливості розрахунку прольотних конструкцій з перфорованих елементів за складного напружено-деформованого стану. *Збірник наукових праць Українського державного університету залізничного транспорту*. Харків: УкрДУЗТ, 2018. Випуск 175. С. 98 – 108.
9. Романюк В.В., Василенко В.Б., Супрунюк В.В. Несуча здатність перфорованих прогонів Z-подібного профілю за косого згину: монографія. Рівне: НУВГП, 2017. 206 с.
10. Романюк В.В., Супрунюк В.В. Вплив жорсткості фланцевого гребеневого вузла двохшарнірної арки на перерозподіл зусиль в її елементах. *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник*. К.: КНУБА, 2021. Випуск 106. С. 236–246.
11. Jia Wang, Brian Uy, Huu-Tai Thai, Dongxu Li. Behaviour and design of demountable beam-to-column composite bolted joint with extended end-plates. *Journal of Constructional Steel Research*, 2018. Volume 144, P. 221–235.
12. Xue-Chun Liu, Fu-Yuan Cui, Zi-Qin Jiang, Xiao-Qing Wang. Tension–bend–shear capacity of bolted-flange connection for square steel tube column. *Engineering Structures*, 2019. Volume 20115, 109798.
13. Romaniuk V., Supruniuk V. Influence of Flexibility of Bolted Joints on Rigidity of the Hingeless Frame. *Proceedings of EcoComfort 2020. Lecture Notes in Civil Engineering*. Vol. 100. P. 371–377. 2021. https://doi.org/10.1007/978-3-030-57340-9_45.
14. Volodymyr Romaniuk, Volodymyr Supruniuk, Leonid Bezniuk, Mykhailo Fursovych, Yuriy Ziatiuk. Determination of rigidity of node bolt joints. *AIP Conference Proceedings*, 2023. Volume 2678, Issue 1. 020016. <https://doi.org/10.1063/5.0119015>.
15. Romaniuk V.V., Supruniuk V.V., Bezniuk L.I., Misyuk T.Y. The Effect Of The Actual Stiffness Of Bolted Hinged Joints On The Bearing Capacity Of The Elements. *Strength of Materials*

References

- [1] Prohrama dlia rozrakhunku za metodom skinchennykh elementiv. [Online]. Available: <https://www.liraland.ua/solutions/functionality/fem.php>. Accessed on: May 3, 2025.
- [2] Rozrakhunok konstruktsiy u neliniyniy postanovtsi LIRA-SAPR. [Online]. Available: <https://help.liraland.com/uk-ua/high-technology-innovations/nonlinearity-in-lira-sapr.html>. Accessed on: May 3, 2025.
- [3] DBN V.2.6-198:2014. Stalevi konstruktsiyi. Normy proektuvannya. Kyiv: Minrehion Ukrainy, 2014.
- [4] V. Romaniuk, L. Bezniuk, V. Supruniuk, O. Kononchuk, O. Meshcheryakova, A. Sorochak, "Features of the work of continuous perforated beams near intermediate supports", *Procedia Structural Integrity*, vol. 59, pp. 471-478, 2024. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2024.04.067>.
- [5] V. Romaniuk, L. Bezniuk, V. Supruniuk, O. Kononchuk, O. Meshcheryakova, A. Sorochak, "Experimental studies of a steel rafter arch with a perforated upper band", *Procedia Structural Integrity*, vol. 59, pp. 479-486, 2024. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2024.04.068>.
- [6] V.V. Romaniuk, V.V. Supruniuk, "Eksperymental'ni doslidzhenny aprot'otnykh konstruktsiy z perforovanykh elementiv za skladnoho napruzhenno-deformovanoho stanu", *Opir materialiv i teoriya sporud*, vyp. 103, pp. 189-200, 2019.
- [7] V.V. Romaniuk, V.V. Supruniuk, *Mitsnist' ta deformatyvnist' perforovanykh elementiv stalevoyi arky*: monohrafiya. Rivne: NUVHP, 2013.
- [8] V.V. Romaniuk, V.V. Supruniuk, "Osoblyvosti rozrakhunku prol'otnykh konstruktsiy z perforovanykh elementiv za skladnoho napruzhenno-deformovanoho stanu", *Zbirnyk naukovykh prats' Ukrayins'koho derzhavnoho universytetu zaliznychnoho transportu*, vypusk 175, pp. 98 – 108, 2018.
- [9] V.V. Romaniuk, V.B. Vasylenko, V.V. Supruniuk, *Nesucha zdatnist' perforovanykh prohoniv Z-podibnoho profilyu za kosoho zhynu*: monohrafiya. Rivne: NUVHP, 2017.
- [10] V.V. Romaniuk, V.V. Supruniuk, "Vplyv zhorstkosti flantsevoho hrebenevoho vuzla dvosharnirnoyi arky na pererozpodil zusyl' v yiyi elementakh", vyp. 106, pp. 236-246, 2021.
- [11] Jia Wang, Brian Uy, Huu-Tai Thai, Dongxu Li, "Behaviour and design of demountable beam-to-column composite bolted joints with extended end-plates", *Journal of Constructional Steel Research*, volume 144, pp. 221–235, 2018.
- [12] Xue-Chun Liu, Fu-Yuan Cui, Zi-Qin Jiang, Xiao-Qing Wang, "Tension–bend–shear capacity of bolted-flange connection for square steel tube column", *Engineering Structures*, volume 20115, 109798, 2019.
- [13] V. Romaniuk, V. Supruniuk, "Influence of Flexibility of Bolted Joints on Rigidity of the Hingeless Frame", *Proceedings of EcoComfort 2020. Lecture Notes in Civil Engineering*, vol. 100, pp. 371–377, 2021. https://doi.org/10.1007/978-3-030-57340-9_45.
- [14] V. Romaniuk, V. Supruniuk, L. Bezniuk, M. Fursovyh, Y. Ziatyuk, "Determination of rigidity of node bolted joints", *AIP Conference Proceedings*, volume 2678, Issue 1, 020016, 2023. <https://doi.org/10.1063/5.0119015>.
- [15] V.V. Romaniuk, V.V. Supruniuk, L.I. Bezniuk, T.Y. Misyuk, "The Effect Of The Actual Stiffness Of Bolted Hinged Joints On The Bearing Capacity Of The Elements", *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles*, Issue 107, pp. 323 – 332. 2021. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2021.107.323-332>.

**NONLINEAR MODELING OF SUPPORTING
PERFORATED BEAMS ON COLUMN HEADS**¹**Bezniuk L.I.**, postgraduate student,

l.i.bezniuk@nuwm.edu.ua, ORCID: 0000-0001-6703-5062

¹**Romaniuk Y.V.**, postgraduate student,

e.v.romaniuk@nuwm.edu.ua, ORCID: 0009-0005-6097-9788

¹**Romaniuk V.V.**, PhD, Assistant Professor,

v.v.romaniuk@nuwm.edu.ua, ORCID: 0000-0002-2539-4654

¹**Supruniuk V.V.**, PhD, Assistant Professor,

v.v.supruniuk@nuwm.edu.ua, ORCID: 0000-0001-9534-4460

¹**Ziatiuk Y.Y.**, PhD, Assistant Professor,

y.y.ziatiuk@nuwm.edu.ua, ORCID: 0000-0003-3831-6599

¹*National University of Water and Environmental Engineering*
11, Soborna str., Rivne, 33000, Ukraine

Abstract. The possibility of using the LIRA-FEM software package for nonlinear modeling of the actual design scheme and actual operation of an I-beam continuous perforated beam at the point of its support on the horizontal column head plate is considered. The finite element library allows modelling the operation of various types of structures with elements of various configurations, as well as use special elements for modeling joints in nodal connections. Nonlinear calculation allows modeling the actual operation of the structure, which takes into account the actual support of the beam on the column; fastening the beam to the column head with bolts; a pre-applied bolt tension force, and a given diagram of the steel operation under static loading. A method for nonlinear calculation of the beam-column system has been developed and the modeling stages are presented, starting with the creation of a new problem and ending with an extended analysis of the results obtained in the design sections and points of the structures. The modeling of the joint operation of a beam with a column is considered in detail, taking into account the real operation of bolts in the connections, depending on their pre-tensioning forces. A task has been formulated for performing nonlinear calculation of perforated metal double-span continuous beams taking into account plastic deformation of the material, which aims to determine the ultimate load and the nature of the loss of stability. In problems of physical and geometric nonlinearity, calculations are performed using iterative and stepwise methods. Nonlinear load modeling was performed, which is an advanced level of structural analysis that allows taking into account the physical or geometric nonlinearity of the behavior of the material or shape of the structure under the action of significant loads. In linear loading, it is assumed that the load is applied gradually and the material responds proportionally. In nonlinear analysis, the material can change its stiffness under the action of the load, plastic deformation occurs in it, and material failure can also be taken into account.

Keywords: continuous perforated beam, intermediate support, slab, column head, cross-section, stress, deformation, bearing capacity, software package.

Стаття надійшла до редакції 8.06.2025

Стаття прийнята до друку 20.06.2025

Дата публікації статті 24.09.2025

This work by © 2025 by Безнюк Л.І., Романюк Є.В., Романюк В.В., Супрунюк В.В., Зятюк Ю.Ю.
is licensed under CC BY 4.0